Matemática Discreta	**Lista número 5**
Desigualdades	tarcisio.praciano@gmail.com
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação**
alun@:	
6 de maio de 2013	**Univ. Estadual Vale do Acaraú**
Documento escrito com LaTeX	Debian/Gnu/Linux
	www.matematica-discreta.sobralmatematica.org/

Se entregar em papel, por favor, prenda esta *folha de rosto* na solução desta lista, preenchendo seu nome. Ela será usada na correção.

Exercícios 1 () *Desigualdades objetivo: Os princípios da contagem*
palavras chave: *desigualdades, princípio da indução finita, princípio do pombal.*

O princípio da Indução Finita*, de fato os axiomas de Peano para os números naturais* $\mathbf{N}$*, estabelece que*

*Se (**hipóteses**)*

1. $P(n_0)$ *for verdadeira;*
2. $P(k) \quad \Rightarrow \quad P(k+1)$*;*

*então (**tese**)* $P(n)$ *é verdadeira para todo* $n > n_0$*.*

1.

   (a) *(V)[ ](F)[ ] O número combinatório* $C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{k!}{n!(n-k)!}$

   (b) *(V)[ ](F)[ ] O número combinatório* $C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

   (c) *(V)[ ](F)[ ]* $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

   (d) *(V)[ ](F)[ ]* $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

   (e) *(V)[ ](F)[ ]* $(1+j)^{12} = \sum_{k=0}^{12} j^k$;
   Se C *for o seu depósito na* caderneta de poupança *feito no dia 01 de janeiro de 2012, então hoje, domingo, 28 de Abril de 2013, você tem* $C(1+j)^{15}; j = 0.5/100$ *mas, se você tiver* tomado *um empréstimo*

bancário no valor C, em janeiro de 2012, e não tendo feito nenhuma amortização neste período, sua dívida hoje seria

$$j = 7/100; \tag{1}$$
$$C(1+j)^{15} = \tag{2}$$
$$= \sum_{k=0}^{15} j^k = 1 + \binom{n}{1} j + \binom{n}{2} j^2 + \ldots + j^{15}; \tag{3}$$

2. *principío das casas de pombos Na praça há cerca de cincoenta pombos e um vizinho montou um pombal com duzentas casinhas em cada uma das quais cabe exatamente um pombo.*

   O vizinho conhece o princípio do pombal: se mais do que n objetos forem distribuidos por n *casinhas,* então haverá mais de um objeto em alguma das *casinhas.*

   Entretanto, pombos *não são facilmente controláveis...*

   (a) *(V)[ ](F)[ ] O vizinho pode avaliar o crescimento da população de pombos, ao longo do tempo.*
   (b) *(V)[ ](F)[ ] Quando houver mais do que 200 pombos os excedentes ficarão pendurados no suporte do pombal.*
   (c) *(V)[ ](F)[ ] Quando houver mais do que 200 pombos haverá mais de um pombo por casinha, mas isto não garante que todas fiquem ocupadas.*
   (d) *(V)[ ](F)[ ] Quando houver mais do que 200 pombos haverá mais de um pombo por casinha e assim se garante que todas fiquem ocupadas.*
   (e) *(V)[ ](F)[ ]O princípio do pombal Se $card(A) = n$ e $card(B) = m < n$ então a função $A \xrightarrow{f} B$ não pode ser injetiva.*

3. *Enumeração*

   (a) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto $card(A) = 10$ e $card(B) = 15$ então*
   $$card(A \cup B) = 20;$$
   (b) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto $card(A) = 10$ e $card(B) = 15$ então*
   $$card(A \cup B) = 20 - card(A \cap B);$$
   (c) *(V)[ ](F)[ ] Na turma há 10 torcedoras do Ceará e 15 torcedoras do Fortaleza portanto há 25 alunas na turma.*
   (d) *(V)[ ](F)[ ] Na turma há 10 torcedoras do Ceará e 15 torcedoras do Fortaleza portanto há no máximo 25 alunas na turma.*
   (e) *(V)[ ](F)[ ] Na turma há 10 torcedoras do Ceará e 15 torcedoras do Fortaleza e cinco que tocem por quem ganhar, portanto há 20 alunas na turma.*

4. *Fator primo, fatoração*

   (a) *(V)[ ](F)[ ]* Se n for par então $n^2 = 4m^2$ em que m é um divisor de n.
   (b) *(V)[ ](F)[ ]* Se n for múltipo de 3 então $n^2 = 9m^2$ em que m é um divisor de n.
   (c) *(V)[ ](F)[ ]* Se $\frac{p}{q}$ for irredutível então $(\frac{p}{q})^2$ será também irredutível.
   (d) *(V)[ ](F)[ ]* Se $\frac{p}{q}$ for irredutível então $(\frac{p}{q})^m$ será também irredutível qualquer que seja o inteiro estritamente positivo m.
   (e) *(V)[ ](F)[ ]* $\sqrt{2}$ não é um número racional. E $\sqrt{n}$ é irracional ou é inteiro.

5. *Múltiplos e divisores*

   (a) *(V)[ ](F)[ ]* Se $d = MDC(a, b)$ então d divide a e d divide b. Se houver outro divisor comum, p, de a, b então $p < d$.
   (b) *(V)[ ](F)[ ]* Se $d = MDC(a, b)$ então d divide a e d divide b. além disto não pode haver outro divisor comum, p, de a, b.
   (c) *(V)[ ](F)[ ]* Se $d = MDC(a, b)$ então d divide a e d divide b. Se houver outro divisor comum, p de a, b então $d < p$.
   (d) *(V)[ ](F)[ ]* Para somar duas frações $\frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ encontramos $p = MDC(n, b)$ e escrevemos duas outras frações equivalentes às primeiras, com denominador p, que podem então ser facilmente somadas.
   (e) *(V)[ ](F)[ ]* Para somar duas frações $\frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ encontramos $p = MMC(n, b)$ e escrevemos duas outras frações equivalentes às primeiras, com denominador p, que podem então ser facilmente somadas.

6. *Enumeração* *O princípio de Bertrand*

   (a) *(V)[ ](F)[ ]* Para cada número inteiro positivo (número natural) n tem um número primo p tal que $n < p < 2n$
   (b) *(V)[ ](F)[ ]* Para cada número inteiro positivo (número natural) n tem um número primo p tal que $n \leq p < 2n$
   (c) *(V)[ ](F)[ ]* Para cada número inteiro estritamente positivo n tem um número primo p tal que $n \leq p \leq 2n$
   (d) *(V)[ ](F)[ ]*
   (e) *(V)[ ](F)[ ]*

7. **Definição:** $a \equiv b(mod m)$ *se deixarem mesmo resto na divisão por* m *e dizemos que* $\underline{a}$ *é congruente a* $\underline{b}$ *módulo m.*

   Congruência

   (a) *(V)[ ](F)[ ]* $a \equiv b(mod m)$ se e somente se $b \equiv a(mod m)$.

(b) (V)[ ](F)[ ] $a \equiv a(modm)$.
(c) (V)[ ](F)[ ] $a \equiv b(modm)$ e $b \equiv c(modm)$ então $a \equiv c(modm)$.
(d) (V)[ ](F)[ ] $a \equiv b(modm)$ e $c \equiv d(modm)$ então $ac \equiv bd(modm)$
(e) (V)[ ](F)[ ] $a \equiv b(modm)$ e $c \equiv d(modm)$ então

$$ax + cy \equiv bx + dy(modm)$$

para quaisquer que sejam os inteiros x, y.

8. *A função de Euler se define como*

$$\phi(n) = card(\{m; m < n; (m,n) = 1\});$$

em que o símbolo (m, n) significa "m é primo com n".

Função de Euler

(a) (V)[ ](F)[ ] $\phi(10) = 1$
(b) (V)[ ](F)[ ] $\phi(10) = 2$
(c) (V)[ ](F)[ ] $\phi(10) = 3$
(d) (V)[ ](F)[ ] $\phi(10) = 4$
(e) (V)[ ](F)[ ] $\phi(10) = 5$

9. *A função $[x]$ é o maior inteiro menor ou igual a x.*

O maior inteiro

(a) (V)[ ](F)[ ] $[x + m] = [x] + m$ *para todo inteiro* m
(b) (V)[ ](F)[ ] $[x] + [y] \leq [x + y]$
(c) (V)[ ](F)[ ] $[x + y] \leq [x] + [y] + 1$
(d) (V)[ ](F)[ ] *Se a for um inteiro o número de inteiro positivos*

$$n \leq x; n \text{ divisível por } a$$

é $[x/a]$ que nunca pode ser zero.

(e) (V)[ ](F)[ ] *Se a for um inteiro o número de inteiro positivos*

$$n \leq x; n \text{ divisível por } a$$

é $[x/a]$ e pode ser zero.

10.

Um número n é dito triangular *se houver um inteiro positivo m tal que*

$$n = 1 + 2 + \ldots + m$$

(a) (V)[ ](F)[ ] *1 é triangular.*

(b) *(V)[ ](F)[ ]* *2 é triangular.*

(c) *(V)[ ](F)[ ]* *3 é triangular.*

(d) *(V)[ ](F)[ ]* *5 é triangular*

(e) *(V)[ ](F)[ ]* *A função LISP*

```
(defun triangular (m k soma)
      (if (= k m) soma
                  (triangular m (+ k 1) (+ soma k))
      )
)
```

encontra o número triangular associado ao número inteiro positivo m se for chamada de forma adequada...